

$$W([q],t)=\frac{1}{2}\int_{\mathbb{R}}\mathrm{d}t'\theta(t-t')\theta(t'-t_0)\dot{q}(t')^2=\frac{1}{2}\left[\theta\ast\left(\theta_{t_0}\dot{q}^2\right)\right](t)$$